

抽象代数作业题-5

1. 证明任-投射 R -模的直和项仍为投射本模。

2. 如果一个非零 R -模 M 除 $\{0\}$ 和 M 外无其它子模, 则

M 叫做不可约的. 不可约本模也叫单模. 证明:

R -模 M 是不可约的 $\Leftrightarrow M$ 是一个非零循环模, 而且每个非零元都是它的生成元.

3. 舒尔引理 (Schur's Lemma)

证明: ① 若 M_1, M_2 为不可约 R -模, 则 M_1 到 M_2 的模同态不是零同态便是模同构

② 一个不可约模的模自同态环 $\text{End}_R(M)$ 即 $\text{Hom}_R(M, M)$ 是一个体 (即环中每个^{非零}元素都存在逆元, 但不一定交换)

4. 证明: 主理想整环 R 上-扭模是不可约的 $\Leftrightarrow M = R \cdot z$
且 $\text{ann}_R(z) = (p)$, 这里 p 为素元.

