

线性代数第十三次作业

2017年12月18日-24日

习题 1. 求 $\mathbb{Z}_{15} = \mathbb{Z}/(15)$ 中的乘法可逆元. 一般地, $\mathbb{Z}_n = \mathbb{Z}/(n)$ 中的元素若乘法可逆则该元素应满足什么条件? 如何求它的逆?

习题 2. 子群 $H \subset G$ 若满足 $H \neq G, \{e\}$, 则称为 G 的**真子群**. 证明: 一个群不会是两个真子群的并.

习题 3. 证明: 若群 G 的阶 $|G|$ 是一个偶数, 则 G 中包含一个二阶元 $g \neq e$.

习题 4. 设 G 是一个有限(乘法)群, H 是 G 的一个非空子集, 如果 H 关于 G 的乘法封闭, 证明: H 是 G 的一个子群. 该命题对于无限群成立吗?

习题 5. 证明: 在同构意义下只有有限多个 n 阶群 ($n \in \mathbb{N}$).