

中国科学院大学线性代数(下)第十三次作业题
主讲老师: 李子明
助教: 杜昊, 张秉宇

1. 求下列整系数矩阵的极小多项式和特征多项式

$$(i) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(ii) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

2. 设 V 为 n 维向量空间且 $n \geq 1$, 求证: 任意 V 上的线性算子的广义特征子空间不可能是 $\{\vec{0}\}$.

3. 求如下复矩阵的极小多项式、特征多项式、特征子空间维数和 $J_n(\lambda)^k$ ($k \in \mathbb{N}$).

$$J_n(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

4. 设 $A \in M_n(F)$, 求证 $\langle A^0, A, A^2, \dots \rangle$ 的维数不大于 n .

5. 柯斯特利金-第二卷 第67页: 6. (提示: 先证 A, B 中有一个可逆矩阵时成立)

6. 柯斯特利金-第二卷 第82页: 7.