

中国科学院大学线性代数(下)第六次作业题
主讲老师: 李子明
助教: 杜昊, 张秉宇

1. 席南华-第二卷 第41页: 1. (3) (8)

2. 找到下列二次型在标准基下的矩阵并求秩:

$$(1) \quad f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3;$$

$$(2) \quad f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j.$$

3. 设三维线性空间 V 上的双线性型 f 在基 e_1, e_2, e_3 下的矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

求 f 在另一组基 e'_1, e'_2, e'_3 下的矩阵, 其中

$$e'_1 = e_1 - e_2, \quad e'_2 = e_1 + e_3, \quad e'_3 = e_1 + e_2 + e_3.$$

4. 设下列对称双线性型在标准基下的矩阵为

$$(1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

求一组规范基及在这组规范基下的矩阵。

5. 求证: 秩为 r 的对称矩阵可以写成 r 个秩为1的对称矩阵之和。

6. 席南华-第二卷 第42页: 11.