

中国科学院大学线性代数(上)第十三次作业题
主讲老师: 李子明
助教: 杜昊, 郭婧

1. 柯斯特利金-代数学引论(第一卷) 第118页: 3,4.
2. 设 G 是一个群, 1 是其单位元。证明: 若 G 中的任意元素 x , 均满足 $x^2 = 1$, 则 G 是一个交换群。
3. $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z}) = \{A \in \mathbb{Z}^{n \times n} \mid \det(A) = 1\}$. 证明: $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$ 关于矩阵乘法构成一个群。
4. 找出 $\mathbb{Z}_{30}$ 中的所有可逆元, 并证明 $\mathbb{Z}_{30}$ 的所有可逆元关于乘法构成一个群。
5. 对一般线性群 $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \cdot, E_n)$, 其中 $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R}) = \{A \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid \det(A) \neq 0\}$. 定义映射

$$\phi : \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$$

使得 $\phi(A) = (A^{-1})^t$, 证明 ϕ 是同构映射。