

中国科学院大学线性代数(上)第十五次作业题  
主讲老师: 李子明  
助教: 杜昊, 郭婧

---

1. 柯斯特利金-代数学引论(第一卷) 第142页: 5, 6, 8.
2. 若环中的任意元素  $x$  满足  $x^2 = x$ , 证明该环是交换环.
3. 设  $R$  是一个环,  $a, b \in R$ . 证明: 若  $1 - ab$  可逆, 则  $1 - ba$  也可逆.  
提示: 设  $c = (1 - ab)^{-1}$ , 证明  $1 + bca$  是  $1 - ba$  的逆.
4. 设  $f = \bar{2}x^2 + x + \bar{4}$ ,  $g = \bar{3}x^3 + \bar{5}x$ ,  $h = x + \bar{3}$  为  $\mathbb{Z}_6[x]$  中的多项式. 计算  $fg$ ,  $gh$ , 并给出它们的次数.