中国科学院大学线性代数(上)第二次作业题
主讲老师: 李子明
助教: 杜昊, 郭婧

---

1. 求行列式$\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$的值.

2. 设映射 $f: X \to Y$，$V \subseteq Y$ 为子集。求证：$f\left(f^{-1}(V)\right) \subseteq V$ 且 f 为满射当且仅当对 Y 中任意子集 V 满足 $f\left(f^{-1}(V)\right) = V$。

3. 柯斯特利金-第一卷 第26页：$3, 4, 7.$

4. 设齐次线性方程组（1）和非齐次线性方程组（2）如下：

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + & \dots & +a_{1,n}x_n & = & 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + & \dots & +a_{2,n}x_n & = & 0 \\ & \vdots & & & \vdots \\ a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + & \dots & +a_{m,n}x_n & = & 0 \end{cases} \quad (1) \qquad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + & \dots & +a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + & \dots & +a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ & \vdots & & & \vdots \\ a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + & \dots & +a_{m,n}x_n & = & b_m \end{cases} \quad (2)$$

所有系数都是实数，且都是相容的。设$\begin{cases} x_1 & = & \alpha_1 \\ x_2 & = & \alpha_2 \\ & \vdots & \\ x_n & = & \alpha_n \end{cases}$ 是方程组(1)的一组解，$\begin{cases} x_1 & = & \beta_1 \\ x_2 & = & \beta_2 \\ & \vdots & \\ x_n & = & \beta_n \end{cases}$

和$\begin{cases} x_1 & = & \gamma_1 \\ x_2 & = & \gamma_2 \\ & \vdots & \\ x_n & = & \gamma_n \end{cases}$ 是方程组(2)的两组解。

求证：$\begin{cases} x_1 & = & \alpha_1 + \beta_1 \\ x_2 & = & \alpha_2 + \beta_2 \\ & \vdots & \\ x_n & = & \alpha_n + \beta_n \end{cases}$ 是 (2)的解；$\begin{cases} x_1 & = & \gamma_1 - \beta_1 \\ x_2 & = & \gamma_2 - \beta_2 \\ & \vdots & \\ x_n & = & \gamma_n - \beta_n \end{cases}$ 是 (1) 的解。