

中国科学院大学线性代数(上)第四次作业题

主讲老师: 李子明

助教: 杜昊, 郭婧

1. 求置换

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

的互不相交的循环分解、阶数和置换符号。

2. 柯斯特利金-代数学引论(第一卷) 第45页: 4.

3. 设 $\sigma \in S_n$ 是一个置换, 对任意 $a, b \in \{1, 2, \dots, n\}$, 如果存在整数 $i \in \mathbb{Z}$ 使得 $a = \sigma^i(b)$, 则记 $a \sim_\sigma b$. 证明: \sim_σ 是等价关系。

4. 证明: S_n 中任意置换可写成至多 $n - 1$ 个对换之积。

5. 设 $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$ 为 n 个整数, g 为它们的最大公因数。证明: 存在 $u_1, \dots, u_n \in \mathbb{Z}$ 使得 $a_1 u_1 + \dots + a_n u_n = g$ 。

6. 利用扩展欧几里得算法计算 161 和 253 的最大公因数和最小公倍数, 并计算整数 u, v 使得 $161u + 253v = \gcd(161, 253)$ 。