中国科学院大学线性代数(下)第一次作业题
主讲老师: 李子明
助教: 杜昊, 郭婧

---

1. 席南华-基础代数（第二卷） 第4页：9 (3), (4).

2. 席南华-基础代数（第二卷） 第5页：13.

3. 席南华-基础代数（第二卷） 第18页：4.

4. 设 F 为域，且

$$\begin{aligned}\mathrm{SM}_n(F) &= \{A=(a_{ij})\in \mathrm{M}_n(F) \mid A \text{ 为对称矩阵，即 } a_{ij}=a_{ji} \text{ 对任意 } i,j \text{ 成立}\}\\ \mathrm{UM}_n(F) &= \{A=(a_{ij})\in \mathrm{M}_n(F) \mid A \text{ 为上三角矩阵，即 } a_{ij}=0 \text{ 对任意 } i\geq j \text{ 成立}\}.\end{aligned}$$

证明： $\mathrm{M}_n(F)=\mathrm{SM}_n(F)\oplus \mathrm{UM}_n(F)$。

5. 设 $V=\mathrm{Func}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ 为所有 $\mathbb{R}$ 到自身的映射构成的线性空间，令

$$\begin{aligned}\tilde{E}_0 &= \{f\in V \mid f \text{ 是偶函数且 } f(0)=0\}\\ \tilde{C} &= \{f\in V \mid \exists c\in\mathbb{R} \text{ 使得对 } \forall x\in\mathbb{R}, f(x)=c\}\\ \tilde{O} &= \{f\in V \mid f \text{ 是奇函数}\}\end{aligned}$$

证明：$\tilde{E}_0,\tilde{C},\tilde{O}$ 均为 V 的子空间且 $V=\tilde{E}_0\oplus\tilde{C}\oplus\tilde{O}$.

6. (思考) 席南华-基础代数（第二卷） 第8页：5.