

中国科学院大学线性代数(下)第八次作业题
主讲老师: 李子明
助教: 杜昊, 郭婧

1. 席南华-基础代数(第二卷) 第41页: 5, 8.
2. 柯斯特利金-代数学引论(第二卷) 第42页: 1, 5.
3. 设 $A \in M_n(\mathbb{R})$. 证明:
 - (i) A 为斜对称矩阵, 当且仅当对于任意的 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{x}^t A \vec{x} = 0$.
 - (ii) 若 A 为对称矩阵, 且对于任意的 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{x}^t A \vec{x} = 0$, 则 $A = O_{n \times n}$.
4. 设 $A \in M_n(\mathbb{R})$. 证明:
 - (i) $q(A) = \text{tr}(A^t A)$ 为 $M_n(\mathbb{R})$ 上的正定二次型.
 - (ii) 若 $A^t A = A^2$, 则 A 是对称矩阵.