

第二次作业

- 判断下列集合是否为原空间的线性子空间 (其中 F 表示域).
 - $M_n(F)$ 中行列式为 0 的矩阵全体.
 - $M_n(F)$ 中迹为 0 的矩阵全体.
- 设 F 为域, 且
$$SM_n(F) = \{A \in M_n(F) | A = A^t\}.$$
$$UM_n(F) = \{A = (a_{ij}) \in M_n(F) | a_{ij} = 0 \text{ 对任意 } i \geq j \text{ 成立}\}.$$
证明: $M_n(F) = SM_n(F) \oplus UM_n(F)$.
- 设 U, V, W 是一个向量空间的子空间.
 - 说明 $U \cap (V + W) = (U \cap V) + (U \cap W)$ 是否成立.
 - 举例说明直和等式 $U \oplus V = U \oplus W$ 并不意味着 $V = W$.
- 判断下列函数组在 \mathbb{R} 上是否线性相关并说明理由.
 - $\sin x, \sin 2x, \dots, \sin nx$.
 - $x^{a_1}, x^{a_2}, \dots, x^{a_n}$, 其中 a_1, a_2, \dots, a_n 为实数.
- 设 P_n 是域 K 上次数不超过 $n - 1$ 的多项式全体形成的空间. 定义 $\varphi: P_n \rightarrow P_n, f(t) \rightarrow tf'(t) - f(t)$. 证明 φ 是线性映射, 并求出其核.