

## 第九次作业

1. 设  $F$  是特征为零的域, 判断下列矩阵是否相似:

(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix};$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. 设

$$J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} J_2 & O \\ O & O \end{pmatrix}_{4 \times 4}, B = \begin{pmatrix} J_2 & O \\ O & E_2 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, C = \begin{pmatrix} J_2 & O \\ O & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

计算  $\mu_A, \mu_B, \mu_C$ .

3. 设  $f(t) = -t^3 + 4t + 1, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . 求  $A$  的极小多项式, 并计算  $f(A)$ .

4. 设  $A$  是域  $F$  上的  $n$  阶方阵, 设  $E$  是域  $F$  上的  $n$  阶单位阵, 且  $A^2 = 2A + 3E$ . 证明:  $\text{rank}(A + E) + \text{rank}(A - 3E) = n$ .