

第一次作业

1. 设 $p = (x - y)(x - z) + 3x^2y^2z^2 - x^3 - 2 \in \mathbb{Z}[x, y, z]$.

(1) 计算 p 的齐次分解:

(2) 计算 $\deg_x(p)$, $\deg_y(p)$, $\deg_z(p)$ 和 $\deg(p)$.

2. 已知多形式 $x^3 - 7x + \lambda$ 有两个根的比值是2, 求 λ .

3. 设 $f = x^3 - 3x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$. 求 f 的无平方部分.

4. 求最小正整数 r 满足

$$\begin{cases} r \equiv 1 \pmod{3} \\ r \equiv 2 \pmod{5} \\ r \equiv 3 \pmod{7} \end{cases} .$$

5. 设 $f(x) \in \mathbb{Q}[x] \setminus \mathbb{Q}$, 且 $f(x)$ 中不可约因子的最大重数是 m . 证明: 若 $\gcd(f, f'') = 1$, 则 $m \leq 2$. 注: f'' 是 f 关于 x 的二阶导数.