

第二周习题

1. 线性方程组 L_A 由增广矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 5 & 6 \\ -3 & 2 & 1 & -4 & 5 \\ -1 & 3 & -2 & 1 & 11 \end{pmatrix}$$

确定. 计算 $\text{sol}(L_A)$. (请用集合论语言描述)

2. 计算

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}.$$

3. 集合 S 的全体子集的集合记为

$$\mathcal{P}(S) = \{T \mid T \subset S\}.$$

若 S 含有 n 个元素 ($n < \infty$), 计算 $\text{card}(\mathcal{P}(S))$.

4. 设 $f: A \rightarrow B$ 是映射. 证明: f 为满射当且仅当存在映射 $g: B \rightarrow A$, 使得 $f \circ g = \text{id}_B$.

5. 设映射 $f: X \rightarrow Y$ 和 A, B 是 X 的任意两个子集, 证明:

(i) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

(ii) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$, 等号取到当且仅当 f 为单射.