

# 第三次作业

1. 设  $f(x) = \cos x$ , 且定义域为  $\mathbb{R}$ .

(i) 任给  $y \in [-1, 1]$ , 求  $f^{-1}(\{y\})$ .

(ii) 求由  $f$  诱导的等价关系  $\sim_f$  的商集(等价关系:  $x \sim_f x' \iff f(x) = f(x')$ ).

(iii) 刻画上述等价关系诱导的商映射  $\pi$  和单射  $\bar{f}$ .

2. 证明 2 元、3 元和 4 元集合分别有 2、5 和 15 个不同的商集.

3. 设  $|$  是  $\mathbb{Z}^+$  上的整除关系, 即对  $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $a|b$  如果存在  $m \in \mathbb{Z}^+$  使得  $b = ma$ . 验证  $|$  是偏序, 并举例说明  $|$  不是全序.

4. 画出下述偏序集的图解:

(1) 四元集合  $\{a, b, c, d\}$  的所有子集组成的集合(偏序关系由集合的包含关系给出).

(2) 整数 24 的全体正因子的集合(偏序关系由整除给出).

5. (i) 求出置换

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 8 & 2 & 9 & 4 & 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

互不相交的循环分解、阶数和逆置换  $\pi^{-1}$ .

(ii) 计算置换的乘积

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 2 & 1 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$